

# Systeme de deux equations du 1<sup>er</sup> degre à deux inconnues



Outils Mathématiques

## Prerequis

Etre capable de :

- ❖ Résoudre une équation du 1<sup>er</sup> degré à une inconnue ;
- ❖ Traiter un problème du 1<sup>er</sup> degré à l'aide d'une équation.

## Objectifs

Etre capable de :

- Résoudre une équation du 1<sup>er</sup> degré à deux inconnues ;
- Résoudre algébriquement un système de deux équations du 1<sup>er</sup> degré à deux inconnues ;
- Résoudre graphiquement un système de deux équations du 1<sup>er</sup> degré à deux inconnues.

## I. Notion d'équation du 1<sup>er</sup> degré à deux inconnues

Activité I, A

Une équation du 1<sup>er</sup> degré à deux inconnues est une équation de la forme :

$$ax+by+c=0$$

où a, b et c sont des nombres réels et x et y les inconnues.

Il existe une infinité de couples solutions de cette équation.

Cependant, les couples solutions (x;y) sont les couples de coordonnées des points de la droite d'équation :

$$y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b} \text{ avec } (b \neq 0)$$

Exemple

Solutions de l'équation  $30x+60y=570$

Ce sont les couples de coordonnées des points de la droite :

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{19}{2}$$

Exercices 3 et 4 p104

## II. Méthodes de résolution

Soit le système de deux équations à deux inconnues x et y suivant à résoudre :

$$\begin{cases} x + y = 5 & (1) \\ 3x - 2y = 0 & (2) \end{cases}$$

## A. Résolution par substitution

*Activité II, A*

Exemple :

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 - y \\ 3x - 2y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 - y \\ 3(5 - y) - 2y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 - y \\ 15 - 3y - 2y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 - y \\ -5y = -15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 - y \\ y = \frac{-15}{-5} = 3 \end{cases}$$

Donc  $x = 5 - y = 5 - 3 = 2$

Par conséquent :  $S = (2; 3)$

- Exprimer une des deux inconnues en fonction de l'autre ;
- Remplacer cette inconnue dans la deuxième équation par son expression ;
- Simplifier l'expression obtenue ;
- Résoudre cette équation du 1<sup>er</sup> degré à une inconnue ;
- En déduire la valeur de la deuxième inconnue ;
- Conclure.

*Exercices 5 p104, 7 et 13 p105*

## B. Résolution par addition

*Activité II, B*

Exemple :

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x + y = 5) \times 2 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \begin{cases} 2x + 2y = 10 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases} \\ \hline 2x + 3x + 2y - 2y = 10 + 0 \end{array}$$

- Multiplier les équations par des coefficients permettant de supprimer l'une des inconnues par addition de leur expression membre à membre ;

$$\begin{cases} 5x = 10 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{10}{5} = 2 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases}$$

$$3 \times 2 - 2y = 0$$

$$\text{Donc : } \Rightarrow -2y = -6$$

$$\Rightarrow y = \frac{-6}{-2} = 3$$

$$\text{Par conséquent : } S = (2; 3)$$

- Simplifier l'expression obtenue ;
- Résoudre cette équation du 1<sup>er</sup> degré à une inconnue ;
- En déduire la valeur de la deuxième inconnue ;
- Conclure.

*Exercices 6 p104, 8 et 12 p105*

### C. Résolution graphique

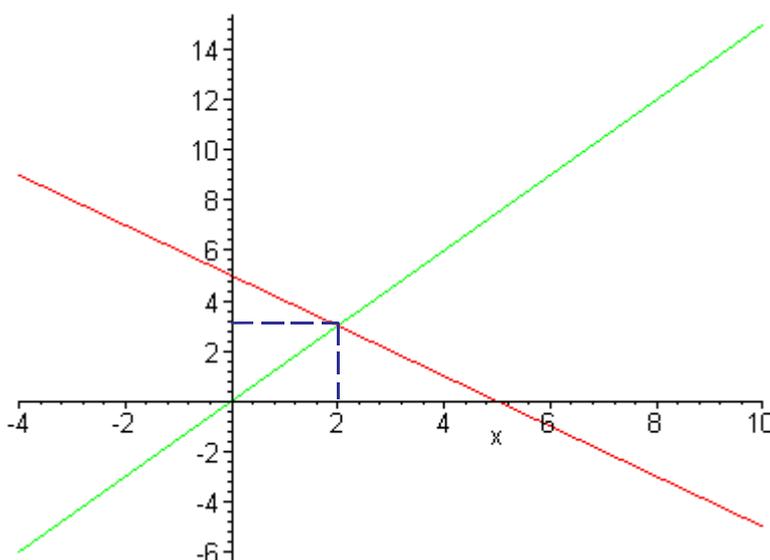
*Activité III*

Exemple :

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -x + 5 & (D_1) \\ y = \frac{3}{2}x & (D_2) \end{cases}$$

- Ecrire le système d'équations sous forme de deux équations de droites ;



- Tracer, dans un repère orthogonal, les deux droites.
- Lire les coordonnées du point d'intersection des deux droites.  
 $S = (2; 3)$

*Exercices 15 et 17 p105*

*Exercices 21 et 24 p105*