

Systemes de deux equations à deux inconnues



Activité

Comment mettre un problème en equation ?



Un club de football propose à ses adhérents des places pour assister à un match au Stade de France. Le président du club achète des places à 30€ et des places à 60€. Il paie en tout 570€.

A. Equation du 1^{er} degré à deux inconnues

1. On appelle x le nombre de places achetées à 30€ et y le nombre de places achetées à 60€. Trouver une relation entre x , y et la dépense totale.
2. La relation (E) trouvée est une equation du 1^{er} degré à 2 inconnues.
 - a. Montrer que le couple (7 ; 6) est solution de cette equation.
 - b. Montrer que le couple (6 ; 7) n'est pas solution de cette equation.
 - c. Qu'en est-il pour les couples (3 ; 8) et (13 ; 3) ?
 - d. Peut-on connaître le nombre de places de chaque catégorie, achetées par le président du club.
3. Mettre l'equation (E) précédente sous la forme $y = ax + b$ en précisant les valeurs de a et de b .
 - a. Représenter graphiquement dans un repère orthogonal cette equation.
 - b. Placer les points ayant pour coordonnées les couples cités ci-dessus. Conclure.

B. Systeme de deux equations du 1^{er} degré à deux inconnues

1. Le président du club achète au total 15 places. Trouver la deuxième relation (E') existant entre x et y .
2. On obtient donc deux equations qui doivent être vérifiées simultanément : elles forment un système de deux equations du 1^{er} degré à deux inconnues.
 - a. Montrer que le couple (7 ; 6) n'est pas solution de ce système.
 - b. Montrer que le couple (11 ; 4) est solution de ce système.



Comment résoudre algébriquement un système de deux equations du 1^{er} degré à deux inconnues ?

A. Méthode de résolution par substitution

Soit le système suivant :

$$\begin{cases} x + y = 2 & (1) \\ x + 2y = 1 & (2) \end{cases}$$

1. (1) : $x + y = 2 \Rightarrow x = \dots\dots\dots$
2. (2) : $x + 2y = 1 \Rightarrow \dots\dots\dots + 2y = 1$
3. Résoudre cette dernière equation.
4. En déduire la valeur de x et conclure.

B. Méthode de résolution par addition

Soit le système suivant :

$$\begin{cases} x + y = 2 & (1) \\ x + 2y = 1 & (2) \end{cases}$$

1. Multiplier l'équation (1) par (-2). (Multiplier les deux membres de l'équation par (-2)). On obtient l'équation (1').
2. Ajouter les équations (1') et (2) membre à membre puis simplifier l'équation obtenue. Quelle équation obtient-on ?
3. Résoudre cette équation.
4. Dans l'équation (2), remplacer y par sa valeur pour trouver celle de x.
5. Conclure.

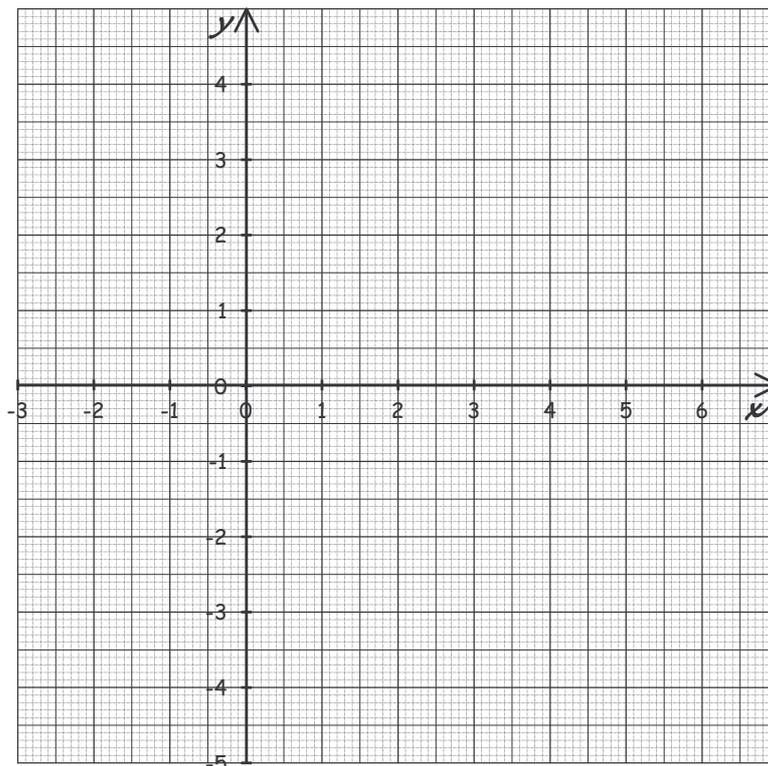


Comment résoudre graphiquement un système de deux équations du 1^{er} degré à deux inconnues ?

Soit le système suivant :

$$\begin{cases} x + y = 2 & (1) \\ x + 2y = 1 & (2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \dots\dots\dots \\ y = \dots\dots\dots \end{cases}$$

1. Représenter les droites représentant les deux équations dans le repère orthonormal ci-dessous :



2. Découvrir une troisième méthode pour résoudre un système de deux équations du 1^{er} degré à deux inconnues.