

Suites arithmétiques et géométriques



Outils Mathématiques

Prérequis

Etre capable de :

- ❖ Utiliser les 4 opérations élémentaires ;
- ❖ Connaître les règles de calculs sur les exposants.

Objectifs

Etre capable de :

- Reconnaître une suite arithmétique ;
- Calculer le terme de rang n d'une suite arithmétique ;
- Reconnaître une suite géométrique ;
- Calculer le terme de rang n d'une suite géométrique.

I. Suite arithmétique

Activité 1

A. Définition

Une **suite arithmétique** est une suite de nombres tels que chacun d'entre eux, à partir du second, s'obtient en ajoutant au précédent un même nombre appelé **raison de la suite**.

On note :

- ❖ le premier terme, ou terme de rang 1 : u_1 ;
- ❖ la raison : r ;
- ❖ le terme de rang n : u_n ;
- ❖ le terme précédent de rang $n-1$: u_{n-1} .

On a alors :

$$u_n = u_{n-1} + r$$

B. Calcul du terme de rang n d'une suite arithmétique

Dans une suite arithmétique de premier terme u_1 et de raison r , le terme de rang n est donné par la relation :

$$u_n = u_1 + (n - 1) r$$

Activité 2

Exercices 8 et 9 p68 :

Exercices 13 et 15 p69

Exemple :

Déterminer le 124^e nombre impair.

C'est le 124^e terme ($n=124$) de la suite arithmétique de premier terme $u_1=1$ et de raison $r=2$.

$$u_{124}=1+(124-1) \times 2=247$$

II. Suite géométrique

Activité 3

A. Définition

Une **suite géométrique** est une suite de nombres, tels que chacun d'eux, à partir du second, s'obtient en multipliant le précédent par un même nombre appelé **raison de la suite**.

On note :

- ❖ le premier terme, ou terme de rang 1 : u_1 ;
- ❖ la raison : q ;
- ❖ le terme de rang n : u_n ;
- ❖ le terme précédent de rang $n-1$: u_{n-1} .

On a alors :

$$u_n = u_{n-1} q$$

B. Calcul du terme de rang n d'une suite géométrique

Dans une suite géométrique de premier terme u_1 et de raison q , le terme de rang n est donné par la relation :

$$u_n = u_1 q^{n-1}$$

Exercices 13 et 21 p145 :

Exercices 32 et 33 p146

Exemple historique :

Une légende raconte que l'empereur de Chine pour récompenser l'inventeur des échecs, lui demanda ce qu'il désirait. Ce dernier lui dit de placer un grain de blé sur la première case de son échiquier puis de doubler à chaque changement de case et ce jusqu'à la dernière case (64 cases en tout).

Déterminer le nombre de grains de blé sur l'ensemble de l'échiquier. Qu'en pensez-vous ?

C'est le 64^e terme ($n=64$) de la suite géométrique de premier terme $u_1=1$ et de raison $q=2$.

$u_{64}=1 \times 2^{(64-1)} \approx 9.10^{18}$ grains de blé. Soit si un grain de blé $\approx 20\text{mm}^3$, 184 milliards de m^3 de blé !!!

III. Bilan : Nature d'une suite

A. Comment savoir si une suite de nombres est une suite arithmétique ?

- Calculer les différences de tous les termes consécutifs donnés ;
- Si elles sont égales, alors on a affaire à une suite arithmétique ayant comme raison la différence calculée.

B. Comment savoir si une suite de nombres est une suite géométrique ?

- Calculer les rapports de tous les termes consécutifs donnés ;
- S'ils sont égaux, alors on a affaire à une suite géométrique ayant comme raison le rapport calculé.

Vers le BEP