

Pourcentages et indices



Maths
Appliquées

Prérequis

Etre capable de :

- ❖ Reconnaître des suites proportionnelles et des grandeurs proportionnelles ;
- ❖ Effectuer des calculs de proportionnalité.

Objectifs

Etre capable de :

- Calculer le pourcentage d'une valeur ;
- Calculer des pourcentages directs et indirects ;
- Ajouter ou retrancher un pourcentage ;
- Calculer des pourcentages successifs et des pourcentages par tranches ;
- Savoir utiliser un indice.

I. Pourcentages et coefficients multiplicateurs

Activité (A)

A. Différentes écritures d'un taux de pourcentage

Le taux de pourcentage $p\%$ peut s'écrire sous la forme d'une fraction de dénominateur 100 : $\frac{p}{100}$ ou du nombre décimal obtenu en divisant p par 100.

Exemples

$$\left\{ \begin{array}{l} 17\% = \frac{17}{100} = 0,17 \\ 2,4\% = \frac{2,4}{100} = 0,024 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2} = 0,5 \\ 123\% = \frac{123}{100} = 1,23 \end{array} \right.$$

B. Calcul d'un pourcentage d'une valeur

Pour calculer $p\%$ d'une valeur, on multiplie cette valeur par $\frac{p}{100}$.

Exemple

Calculer le montant de la remise sur un article coûtant 315€ soldé de 42%.

$$315 \times \frac{42}{100} = 315 \times 0,42 = 132,20\text{€}$$

Exercices 3 et 4 p14

C. Calcul du taux de pourcentage

L'écriture décimale du taux de pourcentage d'un nombre a par rapport à un nombre b est égal à

$$\frac{a}{b}.$$

Exemple

L'énergie produite en France est de 400TWh dont 290TWh d'origine nucléaire.

Calculer le taux de pourcentage que représente l'énergie nucléaire par rapport à l'énergie totale.

$$\frac{290}{400} = 0,725 = \frac{72,5}{100} \text{ Donc } 72,5\% \text{ de l'énergie électrique est donc, en France, d'origine nucléaire.}$$

Exercices 5 et 7 p14

D. Calcul d'une valeur sur laquelle on applique un pourcentage

Pour retrouver la valeur sur laquelle s'applique le taux de pourcentage $p\%$, on divise le nombre

donné par $\frac{p}{100}$.

Exemple

Un commerçant affiche 5% de remise sur un article ; la remise s'élève à 140€. On désire connaître le prix avant remise.

$$\frac{140}{5} = \frac{140}{0,05} = 2\,800\text{€} \text{ Donc le prix de l'article avant remise était de } 2\,800\text{€}.$$

Exercices 11 p14 et 20 p15

II. Opérations avec les pourcentages

Activité (B)

A. Pourcentages de variation

Pour augmenter un nombre de $p\%$, on le multiplie par le coefficient $k=1+\frac{p}{100}$.

Pour diminuer un nombre de $p\%$, on le multiplie par le coefficient $k'=1-\frac{p}{100}$.

Exemples

Un salarié bénéficie d'une hausse de salaire de 7%. Son salaire de base était de 1 564€. Calculer son salaire revu à la hausse.

$$1\,564 \times \left(1 + \frac{7}{100}\right) = 1\,673,48\text{€}$$

Il en profite pour acheter un téléphone portable bradé dont le prix initial était de 149€ et soldé de 30%. Calculer le prix réduit.

$$149 \times \left(1 - \frac{30}{100}\right) = 104,30\text{€}$$

Exercices 9 et 10 p14

B. Cumul de plusieurs pourcentages

Activité (C et D)

1. Calcul de pourcentages additifs

Les pourcentages additifs *se calculent sur la même valeur initiale.*

Pour calculer le pourcentage global, il suffit d'ajouter les différents pourcentages donnés.

Exemple

Sur un salaire mensuel brut de 1 452€, un salarié cotise 6,05% de Sécurité sociale, 7,85% de retraite et 3,73% pour différentes retenues sociales.

Calculer le pourcentage global des retenues et en déduire le montant total des retenues.

$$\%_{\text{global}} = 6,05 + 7,85 + 3,73 = 17,63 ;$$

$$\text{montant}_{\text{retenues}} = 1\,452 \times \frac{17,63}{100} = 255,99\text{€}.$$

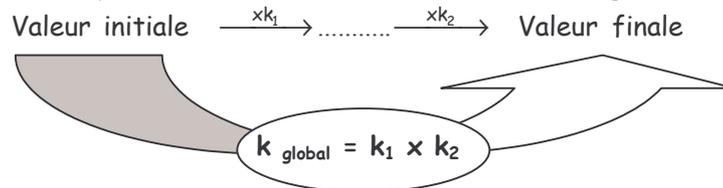
Exercice 14 p14

2. Calcul de pourcentages successifs

Les pourcentages successifs *ne se calculent pas sur la même valeur initiale.*

Ils se calculent les uns à la suite des autres et ne peuvent pas s'ajouter.

On utilise les coefficients multiplicateurs associés à chaque variation (augmentation ou diminution) :



Exemple

Un commerçant vend un produit avec une remise de 15% et un escompte de règlement de 2%.

Calculer le coefficient multiplicateur global. En déduire le pourcentage de réduction unique correspondant à cette double réduction.

$$k_1 = 1 - 0,15 = 0,85 \text{ et } k_2 = 1 - 0,02 = 0,98 \text{ donc } k_{\text{global}} = k_1 \times k_2 = 0,85 \times 0,98 = 0,833$$

$$k_{\text{global}} = 1 - \frac{t}{100} \text{ donc } \frac{t}{100} = 1 - 0,833 = 0,167$$

Donc le pourcentage global vaut 16,7%.

Exercices 13 p14 et 16 p15

C. Calcul de pourcentages par tranches

Dans le cas d'un pourcentage par tranches, le taux est différent suivant la partie de la valeur sur laquelle il s'applique.

Pour calculer des pourcentages par tranches, on décompose la valeur donnée suivant les tranches proposées. On applique ensuite le pourcentage correspondant à la tranche calculée.

Exemple

Un représentant touche une commission sur son chiffre d'affaires selon le barème suivant :

- pour un chiffre d'affaire inférieur à 10 000€, il reçoit 3% de ce chiffre d'affaires ;
- pour un chiffre d'affaire supérieur à 10 000€ et inférieur à 60 000€, il reçoit 4% sur cette tranche ;
- pour un chiffre d'affaire supérieur à 60 000€, il reçoit 5% sur cette tranche.

Calculer la commission pour un chiffre d'affaire de 100 000€.

Montant du chiffre d'affaire	Pourcentage sur la tranche	Montant de la tranche	Valeur de la commission
Inférieur à 10 000€	3%	$10\ 000 - 0 = 10\ 000\text{€}$	$10\ 000 \times 0,03 = 300\text{€}$
De 10 000€ à 60 000€	4%	$60\ 000 - 10\ 000 = 50\ 000\text{€}$	$50\ 000 \times 0,04 = 2\ 000\text{€}$
Supérieur à 60 000€	5%	$100\ 000 - 50\ 000 - 10\ 000 = 40\ 000\text{€}$	$40\ 000 \times 0,05 = 2\ 000\text{€}$

Donc montant de la commission : $300 + 2\ 000 + 2\ 000 = 4\ 300\text{€}$.

Exercice 19 p15

III. Indices simples

A. Utilité d'un intérêt simple

L'indice simple traduit l'évolution dans le temps d'une grandeur mesurable : prix, production, etc...

De plus, on peut, grâce à lui, déterminer directement le pourcentage d'augmentation ou de diminution de ces grandeurs.

B. Calcul d'un intérêt simple

L'indice simple d'une valeur V_1 à une date t_1 par rapport à la valeur V_0 à une date de référence t_0 (base 100) est le nombre noté I_{t_1/t_2} que l'on calcule avec la formule :

$$I_{t_1/t_2} = \frac{V_1}{V_0} \times 100$$

NB :

- L'indice est un nombre sans unité.
- Interprétation du résultat :
 - si $I > 100$, la grandeur a augmenté entre les 2 époques de $I - 100$ en pourcentage de la valeur initiale ;
 - si $I < 100$, la grandeur a diminué entre les 2 époques de $100 - I$ en pourcentage de la valeur initiale.

Exemple

Le kilogramme de café valait 1,20€ en 2000 et 1,32€ en 2003.

a. Calculer l'indice du prix du café en 2003 (base 100 en 2000).

Quel est le pourcentage de variation du prix du café entre 2000 et 2003 ?

b. L'indice du prix du café en 2002 est $I_{02/00}=98$.

Quel est le pourcentage de variation du prix entre 2000 et 2002 ?

Calculer le prix du kilogramme de café en 2002.

$$a. I_{03/00} = \frac{P_{03}}{P_{00}} \times 100 = \frac{1,32}{1,20} \times 100 = 110$$

$110-100=10$ donc le café a augmenté de 10% entre 2000 et 2003.

b. $100-98=2$ donc le prix du café a diminué de 2% entre 2000 et 2002.

$$I_{02/00} = \frac{P_{02}}{P_{00}} \times 100$$

$$\Rightarrow P_{02} = \frac{I_{02/00}}{100} \times P_{00} = \frac{98}{100} \times 1,20 = 1,18\text{€}$$

ou

	2000	2002	2003
Indices	100	98	x?
Prix (en €)	1,20	y?	1,32

Exercices 4 et 5 p37 et 6 p38

Vers le BEP