Fonctions linéaires et affines

Outils Mathématiques

Prérequis

Etre capable de :

- Utiliser les règles de priorité ;
- Placer des points sur un repère à déterminer ;
- Utiliser les règles usuelles de calcul algébrique.

Objectifs

Etre capable de :

- Reconnaître des fonctions linéaires et affines ;
- Représenter graphiquement des fonctions linéaires et affines ;
- Déterminer l'équation d'une droite.

I. Fonctions linéaires

A. Définitions

Etant donné un nombre a, on appelle **fonction linéaire** *la fonction f qui à tout nombre x fait correspondre le nombre ax.*

On écrit :

$$\boxed{f(x) = ax \text{ avec } a : \text{coefficient de la fonction } f}$$

On trouve également la notation :

$$f : x \mapsto f(x) = ax$$

Exemples :

$$f(x) = -\frac{3}{2}x$$
$$g(x) = 1{,}2x$$
$$h(x) = x$$

$$i(x) = 3x^2$$
$$j(x) = 2x + 3$$
$$k(x) = \frac{2}{x}$$

Les fonctions f, g et h sont linéaires.
Les fonctions i, j et k ne sont pas linéaires.

B. Représentation graphique d'une fonction linéaire

La représentation graphique d'une fonction linéaire f définie par $f(x)=ax$ est *une droite passant par l'origine du repère et par le point de coordonnées $(1\,;\,a)$.*

a est *le coefficient directeur (ou pente) de la droite.*

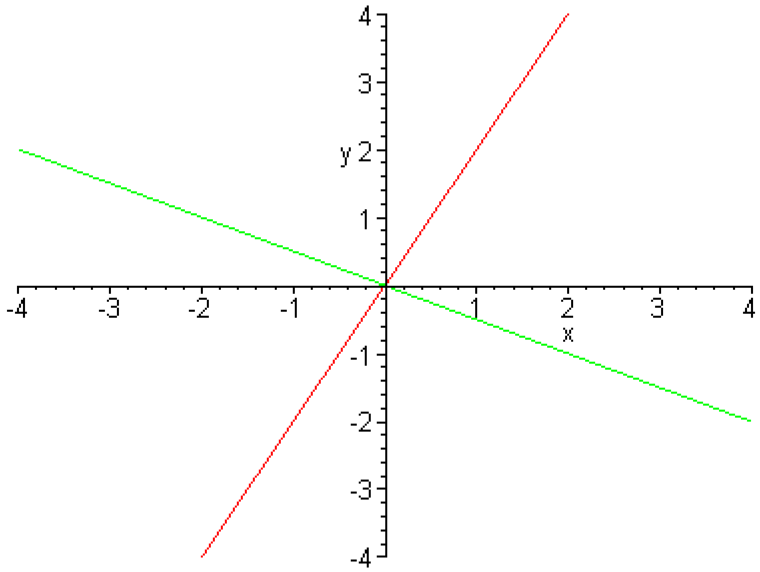
On dit que $y=ax$ est *l'équation de la droite.*

Exemples :
Représentations graphiques des fonctions :

$f(x)=2x$
$g(x)=-0{,}5x$ pour $-4 \leq x \leq 4$

	A	B
x	0	2
$f(x)$	0	4

	C	D
x	0	4
$g(x)$	0	-2



II. Fonctions affines

A. Définition

Etant donnés deux nombres a et b, on appelle **fonction affine** *la fonction qui à tout nombre x fait correspondre le nombre $ax+b$.*
On écrit :

$$\boxed{f(x)=ax+b \text{ avec } a \text{ : coefficient de la fonction } f}$$

On trouve également la notation :

$$f : x \mapsto f(x)=ax+b$$

Exemples :

$f(x)=2x-4$ $\qquad$ $i(x)=-4x$

$g(x)=x^2+1$ $\qquad$ $j(x)=(2x+3)^2$

$h(x)=8x+\frac{1}{x}$ $\qquad$ $k(x)=x+\frac{11}{3}$

Les fonctions f et k sont affines.
Les fonctions g, h, i et j ne sont pas affines.

B. Représentation graphique d'une fonction affine

La représentation graphique d'une fonction affine f définie par $f(x)=ax+b$ est *une droite passant par le point de coordonnées (0 ; b).*

NB :
On dit que $y=ax+b$ est *l'équation de la droite.*

- a est *le coefficient directeur (ou pente) de la droite.*
- b est *l'ordonnée à l'origine de la droite.*

Exemples :

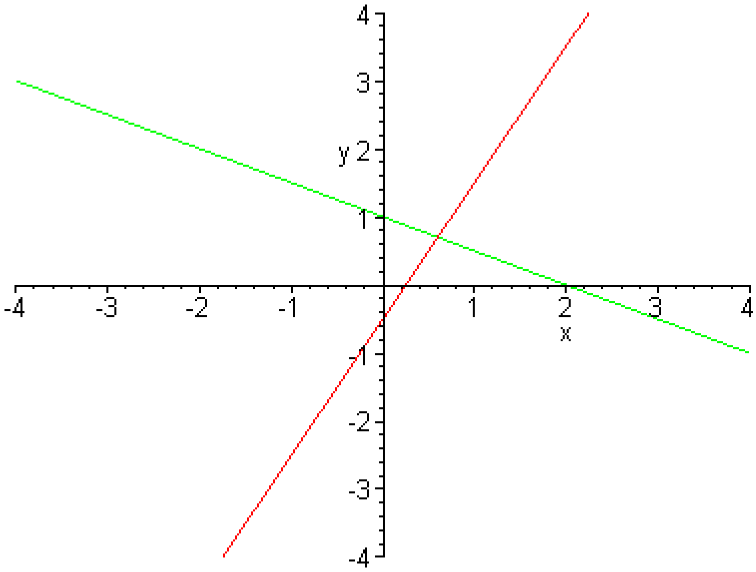
Représentations graphiques des fonctions :

$f(x)=2x-\frac{1}{2}$ pour $-4\leq x\leq 4$

$g(x)=-0{,}5x+1$

	A	B
x	0	-1
$f(x)$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$

	C	D
x	0	4
$g(x)$	1	-1



III. Equations de droites

A. Droites particulières

❖ Une droite parallèle à l'axe des abscisses a une équation de la forme :

$\boxed{y=b \text{ avec } b : \text{ordonnée à l'origine}}$

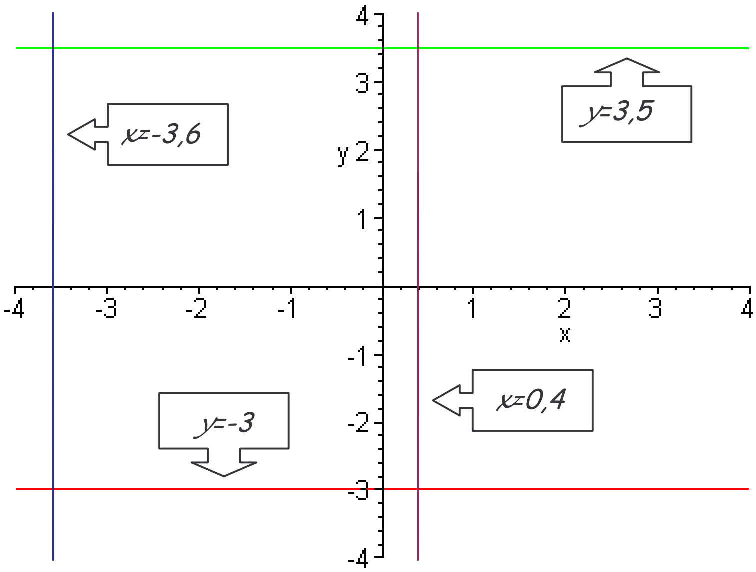
b est *l'ordonnée du point d'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées.*

❖ Une droite parallèle à l'axe des ordonnées a une équation de la forme :

$\boxed{x=k}$

k est *l'abscisse du point d'intersection de la droite avec l'axe des abscisses.*

Exemples :



B. Cas général

Une droite qui coupe l'axe des ordonnées a une équation de la forme :

$$\boxed{y = ax + b}$$

- b est *l'ordonnée du point d'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées.*
- pour déterminer a, on choisit deux points quelconques A(x_A ; y_A) et B(x_B ; y_B) appartenant à la droite et on applique la formule :

$$\boxed{a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}}$$

C. Positions relatives de diverses droites

Deux droites d'équations $y = ax + b$ et $y = a'x + b'$ sont :

- parallèles *si et seulement si* $a = a'$;
- perpendiculaires dans un repère orthonormal *si et seulement si :* $a \times a' = -1$.