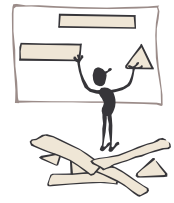


Géométrie vectorielle dans le plan



Géométrie

Prérequis

Etre capable de :

- ❖ Représenter géométriquement un vecteur ;
- ❖ Ajouter et multiplier par un réel des vecteurs.

Objectifs

Etre capable de :

- Connaître les coordonnées d'un vecteur ;
- Calculer les coordonnées de $\vec{u} + \vec{v}$, et de $\lambda\vec{u}$.

I. Coordonnées d'un vecteur

A. Définition

Soient les points A et B de coordonnées $(x_A ; y_A)$ et $(x_B ; y_B)$ dans un repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.

Le vecteur $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées :

- $X = x_B - x_A$
- $Y = y_B - y_A$

On note :

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \text{ ou } \vec{u} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$$

B. Norme d'un vecteur

La norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$ de coordonnées $(X ; Y)$ est donnée par la formule :

$$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

Exercice 1

II. Opérations sur les vecteurs

A. Coordonnées de la somme de deux vecteurs

Si on a $\vec{u} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} X' \\ Y' \end{pmatrix}$, alors : $\vec{u} + \vec{v} \begin{pmatrix} X + X' \\ Y + Y' \end{pmatrix}$.

NB :

De même, si on a $\vec{u} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} X' \\ Y' \end{pmatrix}$, alors : $\vec{u} - \vec{v} \begin{pmatrix} X - X' \\ Y - Y' \end{pmatrix}$.

B. Coordonnées du produit d'un vecteur par un nombre

Si on a $\vec{u} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$ et λ un nombre réel, alors : $\lambda \vec{u} \begin{pmatrix} \lambda X \\ \lambda Y \end{pmatrix}$

Remarque :

Par conséquence, les coordonnées du milieu I ($x_I ; y_I$) du segment [AB] tel que A($x_A ; y_A$) et B($x_B ; y_B$) sont telles que :

$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \text{ et } y_I = \frac{y_A + y_B}{2}$$

Exercices 2 et 3