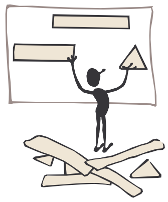


Géométrie

Géométrie vectorielle plane

Prérequis

Etre capable de :

- Exploiter les connaissances antérieures en géométrie.

Objectifs

Etre capable de :

- Représenter géométriquement un vecteur ;
- Calculer la norme d'un vecteur $\|\vec{u}\|$;
- Ajouter et multiplier par un réel des vecteurs ;
- Connaître les vecteurs colinéaires.

I. Définitions

A. Caractéristiques d'un vecteur

Un vecteur $\vec{u}$ est caractérisé par :

- **une direction,**
- **un sens,**
- **une longueur appelée norme et notée** $\|\vec{u}\|$.

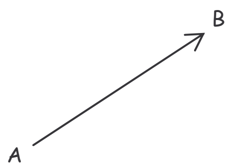
B. Représentation

Le vecteur $\vec{u}$ est représenté par un couple de points (A ;B).

- A est **l'origine**
- B est **l'extrémité**

On note : $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$

Exemple :



Direction de $\overrightarrow{AB}$: *droite (AB)*

Sens de $\overrightarrow{AB}$: *A vers B*

$\|\overrightarrow{AB}\| = 2{,}9cm$

NB :

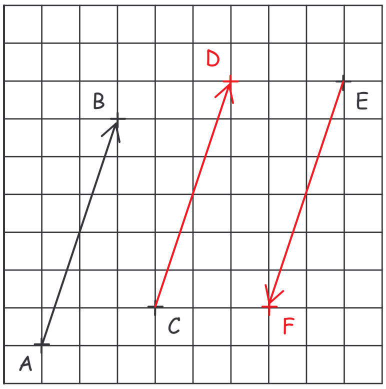
- Lorsque les points A et B sont confondus, **le vecteur est nul**. Il est noté $\vec{0}$.
- Le vecteur $\overrightarrow{BA}$ est **l'opposé** de $\overrightarrow{AB}$. On note $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$

C. Egalité de deux vecteurs

Deux vecteurs sont égaux *s'ils ont les mêmes éléments*, c'est-à-dire s'ils ont :

- *même direction ;*
- *même sens ;*
- *même norme.*

Exemple :



Tracer le point D tel que :

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

Tracer le point F tel que :

$\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{EF}$

NB :
Donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ signifie que ABDC est **un parallélogramme**.

II. Opérations sur les vecteurs

A. Addition de deux vecteurs

1. Définition

La somme de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est le vecteur $\overrightarrow{AC}$ tel que $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ et $\overrightarrow{BC} = \vec{v}$

NB :
On a donc :

$$\boxed{\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}}$$

Cette égalité est connue sous le nom de **relation de Chasles**.

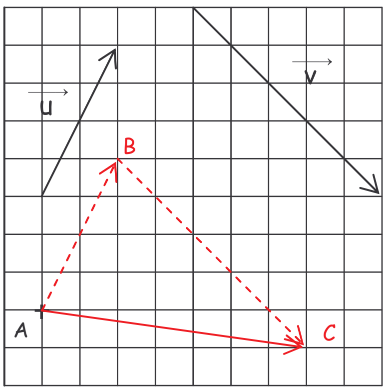
2. Méthode de construction

- A partir d'un point A, tracer $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$.
- Tracer $\overrightarrow{BC} = \vec{v}$.
- Le vecteur $\overrightarrow{AC}$ est égal à la somme :
  $\overrightarrow{AC} = \vec{u} + \vec{v}$

Exemple :

Tracer le vecteur :

$\overrightarrow{AC} = \vec{u} + \vec{v}$



B. Soustraction de deux vecteurs

1. Définition

Pour soustraire un vecteur $\vec{v}$ à un vecteur $\vec{u}$, on ajoute son opposé :

$$\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$$

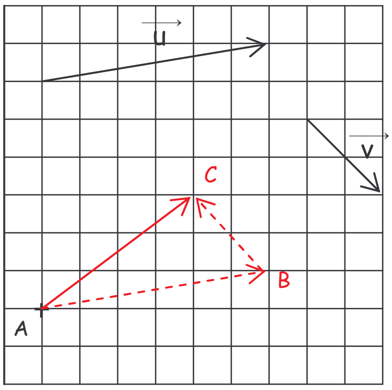
2. Méthode de construction

- A partir d'un point, tracer $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$.
- Tracer $\overrightarrow{BC} = -\vec{v}$.
- Le vecteur $\overrightarrow{AC}$ est égal à la différence :
  $\overrightarrow{AC} = \vec{u} - \vec{v}$

Exemple :

Tracer le vecteur :

$$\overrightarrow{AC} = \vec{u} - \vec{v}$$



C. Produit d'un vecteur par un nombre

1. Définition

Le produit d'un vecteur $\vec{u}$ par un nombre réel k donne un vecteur $\vec{v} = k\vec{u}$ qui a :

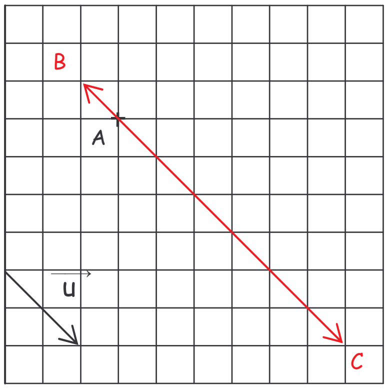
- même direction que le vecteur $\vec{u}$,
- même sens si k>0, sens contraire si k<0,
- pour norme $\|\vec{v}\| = |k| \times \|\vec{u}\|$

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont dits **colinéaires**.

Exemple :

Tracer les vecteurs :

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} = -\dfrac{1}{2}\vec{u} \\ \overrightarrow{AC} = 3\vec{u} \end{cases}$$



2. Propriété

Les droites (AB) et (CD) sont parallèles si et seulement si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires c'est-à-dire si $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}$