

Suites arithmétiques et géométriques



Outils Mathématiques

Prérequis

Etre capable de :

- ❖ Reconnaître une suite arithmétique ;
- ❖ Reconnaître une suite géométrique.

Objectifs

Etre capable de :

- Calculer le terme de rang n d'une suite arithmétique ;
- Calculer la somme des k premiers termes d'une suite arithmétique ;
- Calculer le terme de rang n d'une suite géométrique ;
- Calculer la somme des k premiers termes d'une suite géométrique.

I. Suite arithmétique

A. Rappels

1. Définition

Une **suite arithmétique** est une suite de nombres tels que chacun d'entre eux, à partir du second, s'obtient en ajoutant au précédent un même nombre appelé **raison de la suite**.

On note :

- ❖ le premier terme, ou terme de rang 1 : u_1 ;
- ❖ le terme de rang n : u_n ;
- ❖ la raison : r ;
- ❖ le terme précédent de rang $n-1$: u_{n-1} .

On a alors :

$$u_n = u_{n-1} + r$$

2. Propriété

Soit une suite arithmétique de premier terme u_1 et de raison r , le terme de rang n est donné par la relation :

$$u_n = u_1 + (n - 1) r$$

B. Somme des k premiers termes d'une suite arithmétique

La somme des k premiers termes d'une suite arithmétique de premier terme u_1 est :

$$S = u_1 + u_2 + \dots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2} = \sum_{n=1}^k u_n$$

II. Suite géométrique

A. Rappels

1. Définition

Une **suite géométrique** est une suite de nombres, tels que chacun d'eux, à partir du second, s'obtient en multipliant le précédent par un même nombre appelé **raison de la suite**.

On note :

- ❖ le premier terme, ou terme de rang 1 : u_1 ;
- ❖ la raison : q ;
- ❖ le terme de rang n : u_n ;
- ❖ le terme précédent de rang $n-1$: u_{n-1} .

On a alors :

$$u_n = u_{n-1} q$$

2. Propriété

Dans une suite géométrique de premier terme u_1 et de raison q , le terme de rang n est donné par la relation :

$$u_n = u_1 q^{n-1}$$

B. Somme des k premiers termes d'une suite géométrique

La somme des k premiers termes d'une suite géométrique de premier terme u_1 et de raison q est :

$$S = u_1 + u_2 + \dots + u_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q} = \sum_{n=1}^k u_n$$