

# Propriétés des fonctions



Outils Mathématiques

## Prérequis

Etre capable de :

- ❖ Placer des points sur un repère à déterminer ;
- ❖ Représenter graphiquement une fonction ;
- ❖ Etudier les variations d'une fonction à partir de sa courbe représentative.

## Objectifs

Etre capable de :

- Résoudre des équations du type  $f(x)=k$ ,  $f(x)=g(x)$  ou une inéquation du type  $f(x) > k$  par lecture graphique ;
- Etudier le signe d'une fonction graphiquement ;
- Construire les représentations graphiques des fonctions  $af$  et  $f+g$  à partir de celles des fonctions  $f$  et  $g$  ;
- Comparer les fonctions  $f$  et  $g$ .

## I. Notion de fonction

### A. Définitions

- ❖ Définir une fonction  $f$  sur l'intervalle  $I$ , c'est associer à tout nombre réel  $x$  de  $I$  un réel unique noté  $f(x)$ .
- ❖  $f(x)$  est l'image de  $x$  par  $f$ .

### B. Sens de variation

- ❖ Une fonction  $f$  est **croissante** sur  $I$  si lorsque  $x$  augmente,  $f(x)$  augmente.
- ❖ Une fonction  $f$  est **décroissante** sur  $I$  si lorsque  $x$  augmente,  $f(x)$  diminue.

## II. Combinaison de fonctions

Soient  $f$  et  $g$  deux fonctions définies sur l'intervalle  $I$  et soient  $k$  et  $a$  deux nombres réels donnés.

### A. Fonction $f+k$

La fonction  $f+k$  est définie sur l'intervalle  $I$  par :  $x \mapsto f(x) + k$

Les fonctions  $f$  et  $f+k$  ont **même sens de variation**.

## B. Fonction $af$

La fonction  $af$  est définie sur l'intervalle I par :  $x \mapsto af(x)$

- Si  $a > 0$ , les fonctions  $f$  et  $af$  varient dans le **même sens**.
- Si  $a < 0$ , les fonctions  $f$  et  $af$  varient en **sens contraire**.

## C. Fonction $f+g$

La fonction  $f+g$  est définie sur l'intervalle I par :  $x \mapsto f(x) + g(x)$

# III. Interprétations graphiques

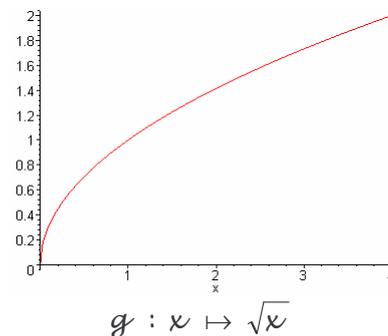
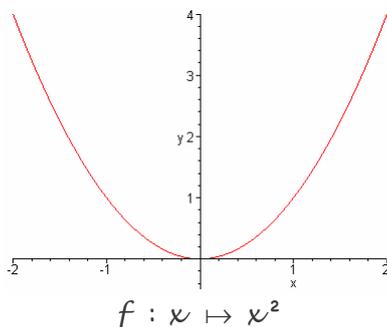
## A. Fonction positive

Soit une fonction  $f$  définie sur I.

Si, sur l'intervalle I, la courbe  $C_f$  représentant la fonction  $f$  est « au-dessus » de l'axe des abscisses alors on dit que  $f$  est **positive** sur I et on note :

**pour tout  $x$  de I,  $f(x) \geq 0$**

### Exemples



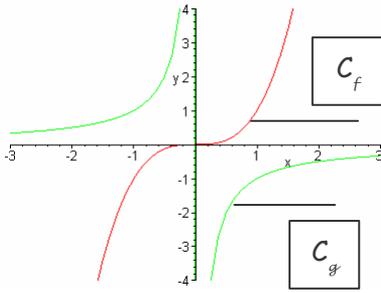
## B. Comparaison de deux fonctions

Soient deux fonctions  $f$  et  $g$  définies sur I.

Si, sur l'intervalle I, la courbe  $C_f$  représentant la fonction  $f$  est « au dessus » de la courbe  $C_g$  représentant la fonction  $g$ , alors on a :

**pour tout  $x$  de I,  $f(x) \geq g(x)$**

### Exemple



Soient les deux fonctions :

$$\begin{cases} f(x) = x^3 \\ g(x) = -\frac{1}{x} \end{cases} \text{ définies sur } [-3 ; 0[ \cup ]0 ; 3]$$

On a :

- pour  $-3 \leq x < 0$ ,  $g(x) > f(x)$  ;
- pour  $0 < x \leq 3$ ,  $f(x) > g(x)$ .